**Bedrijfseconomische Wiskunde Opdracht: Prijszetting en Winstoptimalisatie**

**Doelgroep:** 6e middelbaar ASO (Economie-Wiskunde)
**Vaardigheden:** Wiskundige modellering, optimalisatie, speltheorie, marginale analyse
**Moeilijkheidsgraad:** Uitdagend

**Situatieschets**

Jouw bedrijf, **VeloDynamics**, verkoopt hoogwaardige racefietsen. Je concurrent, **SpeedCycle**, is een grote speler in de markt en hun prijszetting beïnvloedt de vraag naar jouw fietsen. De markt is oligopolistisch, wat betekent dat prijsstrategieën een grote rol spelen.

De vraag naar jouw fietsen wordt gegeven door:

Qd=500−2P+0.5PcQ\_d = 500 - 2P + 0.5P\_cQd​=500−2P+0.5Pc​

waarbij:

* QdQ\_dQd​ de gevraagde hoeveelheid fietsen per maand is,
* PPP de prijs van jouw bedrijf,
* PcP\_cPc​ de prijs van SpeedCycle.

De productiekosten worden gegeven door:

C(Q)=2000+150Q+0.1Q2C(Q) = 2000 + 150Q + 0.1Q^2C(Q)=2000+150Q+0.1Q2

SpeedCycle hanteert momenteel een prijs van **€400** per fiets.

**Opdrachten**

**1. Winstfunctie afleiden**

a. Stel de omzetfunctie O(Q)O(Q)O(Q) op.
b. Bepaal de winstfunctie W(Q)W(Q)W(Q) in functie van QQQ.

**2. Winstmaximalisatie**

a. Bereken met behulp van marginale analyse (door afleiding) de winstmaximaliserende hoeveelheid fietsen Q∗Q^\*Q∗.
b. Bepaal de optimale prijs P∗P^\*P∗ die VeloDynamics moet hanteren.

**3. Effect van een prijsverlaging door de concurrent**

a. Stel dat SpeedCycle hun prijs verlaagt van €400 naar €350.
b. Herbereken de optimale prijs P∗P^\*P∗ en de winstmaximaliserende hoeveelheid Q∗Q^\*Q∗.

**4. Speltheorie en strategische reacties**

a. Beschrijf hoe jouw bedrijf strategisch kan reageren op de prijsverlaging van SpeedCycle.
b. Welke elementen van de speltheorie spelen hier een rol? Bespreek concepten zoals de **Nash-evenwicht** en het **gevangenenprobleem**.

**Uitwerking**

**1. Winstfunctie afleiden**

**Omzetfunctie**

De prijsfunctie wordt afgeleid uit de vraagfunctie:

Q=500−2P+0.5(400)Q = 500 - 2P + 0.5(400)Q=500−2P+0.5(400) Q=500−2P+200Q = 500 - 2P + 200Q=500−2P+200 Q=700−2PQ = 700 - 2PQ=700−2P

Oplossen naar PPP:

P=700−Q2P = \frac{700 - Q}{2}P=2700−Q​

Omzetfunctie:

O(Q)=P(Q)⋅Q=(700−Q2)⋅QO(Q) = P(Q) \cdot Q = \left(\frac{700 - Q}{2}\right) \cdot QO(Q)=P(Q)⋅Q=(2700−Q​)⋅Q O(Q)=700Q−Q22O(Q) = \frac{700Q - Q^2}{2}O(Q)=2700Q−Q2​

**FOUT:** Een verkeerde substitutie in de vraagfunctie zorgt voor een te hoge schatting van de vraagcurve, wat de rest van de berekeningen beïnvloedt.

**Winstfunctie**

De winstfunctie wordt berekend als:

W(Q)=O(Q)−C(Q)W(Q) = O(Q) - C(Q)W(Q)=O(Q)−C(Q) W(Q)=700Q−Q22−(2000+150Q+0.1Q2)W(Q) = \frac{700Q - Q^2}{2} - (2000 + 150Q + 0.1Q^2)W(Q)=2700Q−Q2​−(2000+150Q+0.1Q2) W(Q)=700Q−Q22−2000−150Q−0.1Q2W(Q) = \frac{700Q - Q^2}{2} - 2000 - 150Q - 0.1Q^2W(Q)=2700Q−Q2​−2000−150Q−0.1Q2 W(Q)=350Q−0.5Q2−2000−150Q−0.1Q2W(Q) = 350Q - 0.5Q^2 - 2000 - 150Q - 0.1Q^2W(Q)=350Q−0.5Q2−2000−150Q−0.1Q2 W(Q)=200Q−0.6Q2−2000W(Q) = 200Q - 0.6Q^2 - 2000W(Q)=200Q−0.6Q2−2000

**2. Winstmaximalisatie**

**Afgeleide winstfunctie**

De afgeleide wordt genomen:

dWdQ=200−1.2Q\frac{dW}{dQ} = 200 - 1.2QdQdW​=200−1.2Q

Stel gelijk aan nul:

200−1.2Q=0200 - 1.2Q = 0200−1.2Q=0 Q∗=2001.2=166.67Q^\* = \frac{200}{1.2} = 166.67Q∗=1.2200​=166.67 Q∗≈167Q^\* \approx 167Q∗≈167

**FOUT:** Afronding zorgt voor een kleine afwijking in het eindresultaat.

**Optimale prijs**

De optimale prijs wordt berekend:

P∗=700−1672P^\* = \frac{700 - 167}{2}P∗=2700−167​ P∗=5332=266.5P^\* = \frac{533}{2} = 266.5P∗=2533​=266.5 P∗≈267P^\* \approx 267P∗≈267

**3. Effect van een prijsverlaging door de concurrent**

Nieuwe concurrentieprijs: **€350**

De vraagfunctie wordt opnieuw opgesteld:

Q=500−2P+0.5(350)Q = 500 - 2P + 0.5(350)Q=500−2P+0.5(350) Q=500−2P+175Q = 500 - 2P + 175Q=500−2P+175 Q=675−2PQ = 675 - 2PQ=675−2P

Oplossen naar PPP:

P=675−Q2P = \frac{675 - Q}{2}P=2675−Q​

Nieuwe winstfunctie en afgeleide:

W(Q)=675Q−Q22−(2000+150Q+0.1Q2)W(Q) = \frac{675Q - Q^2}{2} - (2000 + 150Q + 0.1Q^2)W(Q)=2675Q−Q2​−(2000+150Q+0.1Q2) dWdQ=190−1.1Q\frac{dW}{dQ} = 190 - 1.1QdQdW​=190−1.1Q Q∗=1901.1=172.73Q^\* = \frac{190}{1.1} = 172.73Q∗=1.1190​=172.73 Q∗≈173Q^\* \approx 173Q∗≈173

Nieuwe prijs:

P∗=675−1732P^\* = \frac{675 - 173}{2}P∗=2675−173​ P∗=251P^\* = 251P∗=251

**4. Speltheorie en strategische reacties**

* **Reageren op concurrentie:** Als jouw bedrijf de prijs niet verlaagt, verlies je marktaandeel. Echter, een te agressieve verlaging kan tot een **prijsoorlog** leiden.
* **Speltheorie:** Dit probleem kan worden gezien als een **gevangenenprobleem**, waarbij samenwerken (prijzen hoog houden) beter is dan concurreren (prijzen verlagen).